

文章编号 1004-924X(2009)07-1672-06

# 基于高斯分布的星像点精确模拟及质心计算

王海涌, 费峥红, 王新龙

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

**摘要:**为提高星敏传感器仿真系统的精度,提出了基于高斯规律的模拟星像点的灰度扩散方法和高斯质心提取算法。按照二维高斯分布规律置灰度值来模拟星像点像素,对称中心是映射坐标而不是取整的中心像素坐标,以便准确模拟实际星像点散焦及像差导致的灰度扩散。高斯质心提取亚像素定位过程包括像素粗定位和偏差精定位两个步骤,基于高斯规律建立了一个分段函数实现偏差精定位。在星像点噪声为  $N(0, 1.2^2)$  的仿真条件下,整个偏差区间  $[-0.5, 0.5]$  pixel 内高斯质心定位标准差为 0.007 pixel,远小于灰度重心法的 0.041 pixel 和加权灰度重心法的 0.026 pixel,而 3 种方法对模拟星图的处理结果一致。仿真实验表明:模拟星像点高斯灰度扩散法是合理准确的,而高斯质心提取算法简单精确,精度高于传统灰度重心法。

**关键词:**星图模拟;散焦;亚像素;灰度重心法;高斯分布

**中图分类号:**V448.22 **文献标识码:**A

## Precise simulation of star spots and centroid calculation based on Gaussian distribution

WANG Hai-yong, FEI Zheng-hong, WANG Xin-long

(School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** In order to improve the precision of the simulation system in a star sensor, this paper presents a gray pervasion method based on a Gaussian law for precisely simulating star spots and a Gaussian centroid extraction algorithm. The gray values of simulating star image pixels are evaluated according to the 2D Gaussian distribution law and the mapping coordinates instead of the central pixel round coordinates are taken as the symmetric center, so as gray pervasion phenomenon caused by defocusing and aberration from an actual star spot can be simulated precisely. The new Gaussian centroid extracting sub-pixel positioning method consists of two steps. One is rough pixel-level positioning and the other is fine deviation positioning. A piecewise defined synthesized function is constituted based on Gaussian law to realize the sub-pixel fine deviation positioning. Under the simulating condition of image Gaussian noise in  $N(0, 1.2^2)$  and the whole deviation interval of  $[-0.5, 0.5]$  pixel, the Gaussian centroid positioning precision is 0.007 pixel, which is far less than 0.041 pixel from the gray-weighted centroid method and 0.026 pixel from the square-gray weighted centroid method. After disposing the simulation star map, the conclusions show that the Gaussian gray pervasion method for simulation star

收稿日期:2008-09-24;修订日期:2008-10-10.

基金项目:航空科学基金资助项目(No. 2007ZC51027)

spots is rational and accurate, and Gaussian centroid extracting method has a higher precision than those of traditional gray-weighted centroid methods.

**Key words:** star map simulation; defocus; subpixel; gray weighted centroid method; Gaussian distribution

## 1 引言

星图模拟系统分为计算机模拟和半物理模拟仿真两种方式。半物理仿真需要用平行光管模拟星光,如果是动态仿真,还需用液晶光阀获得动态星图,然后用星敏感器成像。通常在初始设计阶段为了便于算法的研究,可以采用计算机模拟方式生成模拟星图提供给星敏感器算法,省却了平行光管、液晶光阀及星敏感器实物环节,可以在同一台计算机中完成。作为标准参考数据的模拟星图,其生成的准确性不仅对于纯计算机仿真算法的验证至关重要,对于半物理仿真系统来说也相当重要,因为液晶光阀旋转角控制量来源于模拟星图的灰度数据。因此,准确生成模拟星图是星图模拟系统的基础和前提。

星敏感器算法过程<sup>[1]</sup>一般分为星图预处理、星像点质心提取、星图识别和姿态确定4个步骤。其中质心提取的精度将直接影响星敏感器的精度,因此建立星像点亚像素细分定位算法具有十分重要的意义。目前的质心提取算法主要分为基于边缘和基于灰度的两大类<sup>[2]</sup>。基于边缘的方法适合于较大的目标,而实际观测星图中星体目标的直径一般为3~4个像素大小,且灰度近似符合高斯分布,因此,对于星体目标宜采用基于灰度的方法进行细分定位处理。基于灰度的方法主要有灰度重心法、加权灰度重心法和高斯曲面法。其中灰度重心法精度较低,高斯曲面法计算复杂程度高,因此加权灰度重心法应用最为广泛。本文基于高斯规律通过比较对称像元或与中心像元灰度建立了一种新的质心内插算法,并与灰度重心法及加权灰度重心法进行了仿真比较,证实了这种算法的优越性。

## 2 模拟星像点高斯灰度扩散法

假如光学系统非常理想,恒星像点小于一个像素,则无法单纯地通过算法将其精确定位到亚

像素量级,因而星敏感器需做散焦处理,再加上光学像差,使成像的半径大小为3~4个像素<sup>[2]</sup>,就可以利用亚像素细分定位算法实现星像点的精确定位。实际星敏感器成像是像点的灰度分布近似符合二维高斯分布,因此,要产生模拟的星像点,需要做灰度扩散<sup>[3]</sup>,并按照高斯规律来生成,以模仿散焦效果。

对于任一导航星,将其赤经、赤纬值按照一定的方法映射到CCD平面上,星像点映射坐标 $(x_0, y_0)$ 是亚像素级的精确浮点值,围绕映射坐标 $(x_0, y_0)$ 再做进一步灰度扩散处理,大小为3 pixel×3 pixel,如图1所示。星敏感器视场内选择的导航星都是经过上述步骤得到的模拟星像点,可直接生成模拟星图,或用于星图识别软件算法,或用于控制液晶光阀<sup>[4]</sup>。

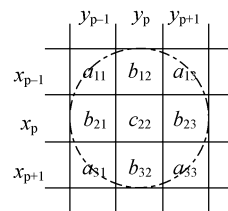


图1 3 pixel×3 pixel 散焦范围  
Fig. 1 Pixel scope of defocusing

合理分配像素灰度来反映像点的精确坐标是生成星图的主要问题。如果将4个角部位的像素 $a_{11}$ 、 $a_{13}$ 、 $a_{31}$ 、 $a_{33}$ 和边部位像素 $b_{12}$ 、 $b_{21}$ 、 $b_{32}$ 、 $b_{23}$ 设置成中心对称,则只要质心提取方法具有无偏估计性质,结果都是中心像素 $c_{22}$ 的整像素坐标 $(x_p, y_p)$ 。对于映射坐标 $(x_0, y_0)$ 非整数的情形,应该做不对称的像素灰度分配,这样生成的星图才更符合实际情形,也才能依据像元细分算法解算出最接近真实坐标 $(x_0, y_0)$ 的亚像素级估计值 $(x_c, y_c)$ 。

对导航星映射坐标 $(x_0, y_0)$ 的坐标值四舍五入取整得到散焦像点的中心像素坐标 $(x_p, y_p)$ 为映射坐标,  $\Delta x = x_0 - x_p$ ,  $\Delta y = y_0 - y_p$ 为像素坐标的偏差。当存在偏差时,需研究星像点周围

4 pixel×4 pixel 范围内的散焦,如图 2 所示,但算法中往往不需要图中“d”首的像元灰度数据。

	$y_{p-1}$	$y_p$	$y_{p+1}$	$y_{p+2}$
$x_{p-1}$	$a_{11}$	$b_{12}$	$c_{13}$	$d_{14}$
$x_p$	$b_{21}$	$c_{22}$	$b_{23}$	$d_{24}$
$x_{p+1}$	$d_{31}$	$b_{32}$	$a_{33}$	$d_{34}$
$x_{p+2}$	$d_{41}$	$d_{42}$	$a_{43}$	$d_{44}$

图 2 星像点映射坐标与像素坐标有偏差

Fig. 2 Deviation of star spot coordinate from pixel coordinate

像点的灰度分布符合以映射坐标 $(x_0, y_0)$ 为中心的二维高斯分布,那么,像素 $(x_i, y_i)$ 的灰度计算公式<sup>[5]</sup>为:

$$g_{ij} = \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x_i - x_p - \Delta x)^2 + (y_j - y_p - \Delta y)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1)$$

对选择的每个导航星都进行这样的运算,即可生成一幅精确的模拟星图。

式(1)中, $\sigma$ 与散焦程度和像差大小的综合效果有关,当 $\sigma < 0.671$ 时,有 95% 以上的光能量落在 3 pixel×3 pixel 范围上<sup>[6-7]</sup>。参数 A 与星等有关,星敏感器定型后, $\sigma$ 为常数,A 与星等构成固定的函数关系。如图 2 所示像点,取  $A=500$ ,映射坐标为 $(100.2, 100.3)$ ,即  $\Delta x=0.2, \Delta y=0.3$ ,在中心像素 $(100, 100)$ 周围的 4 pixel×4 pixel 灰度分布情况如图 3 所示,注意,算法所应用的只是图中虚线框内的 3×3 子矩阵中的灰度数据,

	$x$	99	100	101	102
	$y$				
99		5	32	21	1
100		26	153	98	7
101		13	79	50	4
102		1	4	3	0

图 3 像点质心与整像素坐标的偏差情形

Fig. 3 Deviation of star spot centroid from integral pixel coordinate

对选择的每个导航星都按照式(1)进行运算,则可以生成一幅精确的模拟星图。

### 3 高斯像元细分算法

由于基于高斯规律可以模拟生成星像点,这里进一步研究了用高斯规律来进行星像点定位解算,并依据视场内各观测星的星像点灰度数据建立了一个基于高斯规律的像元细分算法模型。

算法分两个步骤,第一步做像点质心粗定位,比较 4 pixel×4 pixel 的各列灰度累加和,则最大值所对应的列值就是中心像素坐标  $y_p$ 。同理,对各行的灰度累加和做比较,取最大值所处行值为中心像素坐标  $x_p$ ,得到 $(x_p, y_p)$ 即完成了粗定位;第二步求解像点质心偏差  $\Delta x$  和  $\Delta y$ 。

在映射坐标和像素坐标有偏差的情况下,像点像素灰度二维高斯分布模型应该以映射坐标而不是中心像素坐标为对称中心。

参见图 2 像素标识符号,依据公式,中心像素  $c_{22}$  的右边像素  $b_{23}$  的灰度值:

$$g_{b_{23}} = \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(0-\Delta x)^2 + (1-\Delta y)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (2)$$

左边像素  $b_{21}$  的灰度值:

$$g_{b_{21}} = \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(0-\Delta x)^2 + (-1-\Delta y)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (3)$$

下边像素  $b_{32}$  和上边像素  $b_{12}$  的灰度值分别为:

$$g_{b_{32}} = \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(1-\Delta x)^2 + (0-\Delta y)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4)$$

$$g_{b_{12}} = \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(-1-\Delta x)^2 + (0-\Delta y)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (5)$$

由公式(2)~(5),可以推导出第一种像点质心解算公式:

$$\begin{cases} \Delta y_{-1} = \frac{\sigma^2}{2} \ln\left(\frac{g_{b_{23}}}{g_{b_{21}}}\right) \\ \Delta x_{-1} = \frac{\sigma^2}{2} \ln\left(\frac{g_{b_{32}}}{g_{b_{12}}}\right) \end{cases}, \quad (6)$$

同理,也可以根据中心像素  $c_{22}$  和相邻像素灰度值做比较,得到第二种像点解算公式(7)和(8)。首先比较对称像素  $b_{21}$  和  $b_{23}$ 、 $b_{12}$  和  $b_{32}$  的灰度大小,当  $g_{b_{23}} > g_{b_{21}}$  或  $g_{b_{32}} > g_{b_{12}}$  时,选用公式(7):

$$\begin{cases} \Delta y_{-2} = \sigma^2 \ln\left(\frac{g_{b_{23}}}{g_{c_{22}}}\right) + \frac{1}{2} \\ \Delta x_{-2} = \sigma^2 \ln\left(\frac{g_{b_{32}}}{g_{c_{22}}}\right) + \frac{1}{2} \end{cases}; \quad (7)$$

当  $g_{b_{21}} > g_{b_{23}}$  或  $g_{b_{12}} > g_{b_{32}}$  时,选用公式:

$$\begin{cases} \Delta y_{-2} = -\sigma^2 \ln\left(\frac{g_{b_{21}}}{g_{c_{22}}}\right) - \frac{1}{2} \\ \Delta x_{-2} = -\sigma^2 \ln\left(\frac{g_{b_{12}}}{g_{c_{22}}}\right) - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (8)$$

即参照公式(7)和(8)的同行(或同列)对称像素,取灰度值较大的一个,一方面可以提高解算精度,另一方面在像点较暗及阈值较高的情况下,避免灰度为零出现奇异值。

最后,根据  $x_c = \Delta x + x_p, y_c = \Delta y + y_p$ ,得到星像点的精确质心估计坐标  $(x_c, y_c)$ 。

这种高斯像点质心提取算法是无偏的,参与运算的像元灰度取相对较大的值,信噪比高,这是该新型算法优势所在。

### 4 仿真结果

#### 4.1 理论仿真

选定某一像素对角线上等距排列的 20 个点作为某导航星在 CCD 坐标平面上的映射坐标  $(x_0, y_0)$ ,即  $x_0$  和  $y_0$  都以间距 0.05 pixel 分布在半开区间  $[-0.5, 0.45)$  pixel 内,仿真条件:  $A = 500, \sigma = 0.671$ ,依次按照公式(1)进行 4 pixel × 4 pixel 灰度扩散分配,加入高斯噪声  $N(0, 1.2^2)$ 后取整,然后依据公式(6)~(8)进行像点质心解算,针对每个映射坐标点做 50 次测量,基于真值求其

标准差,并与灰度重心法和加权灰度重心法的运算结果进行标准差的比较。

从以上仿真条件可知,对于  $\Delta x$  和  $\Delta y$  的处理是等价的,因而可以只分析  $\Delta y$  的仿真结果,从图 4(a)可以看到,当偏差  $\Delta y \in [-0.15, 0.15]$  时,涉及像元对角线上中心点及左右各 3 个点,对这 7 个点的位置进行估计采用第一种算法即公式(6)最好;当  $\Delta y \notin [-0.15, 0.15]$  时,涉及到上述 7 个点之外的其它位置点,选用第二种算法即公式(7)和(8)最好,两种算法可以分 3 段区间合成一个分段函数:

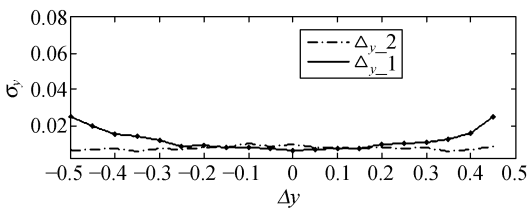
$$\begin{cases} \text{formula(6)样} & -0.15 \leq \Delta y \leq 0.15 \\ \text{formula(7) or (8)} & \Delta y < -0.15 \text{ or } \Delta y > 0.15 \end{cases} \quad (9)$$

效果如图 4(b)(Syn\_Gauss)所示,实现方式为:先按照任一公式进行运算,再考察  $\Delta y$  坐落区间,如果和该公式的适用区间不符,则换用另一公式再行解算。

图 4(b)中同时给出了灰度重心法(GWCM)和加权灰度重心法(P2GWCM)的计算结果,对比可见,加权灰度重心法在星像点质心偏离中心像素坐标较大距离时,其定位精度优于灰度重心法,这是因为它在一定程度上克服了灰度重心法对峰值两侧的低灰度信息依赖较多,抗噪声能力较弱的缺点。但在中心像素坐标附近,加权灰度重心法的精度还不如灰度重心法。而高斯质心提取算法的精度与上述两种灰度重心法比较起来,在整个像素尺寸区域内都是最高的。

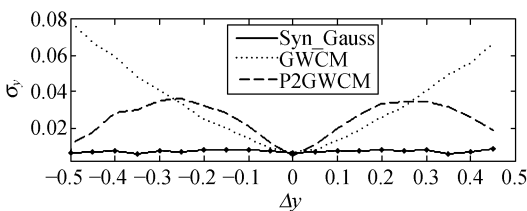
#### 4.2 模拟星图生成和质心提取仿真结果

任意选定一视轴指向,赤经(16<sup>h</sup>2<sup>m</sup>35<sup>s</sup>)、赤纬(25°4'36"),星敏感器视场为 10° × 10°, CCD 为



(a)两种高斯算法 RMS 值的比较

(a)RMS of two Gauss methods



(b)三种算法 RMS 值的比较

(b)RMS of three methods

图 4 算法标准差的比较

Fig. 4 Comparison of RMS results of different algorithms



图 5 模拟星图

Fig. 5 Simulated star image

512 pixel $\times$ 512 pixel,最高星等为 6.0 Mv,按照高斯灰度扩散法模拟星图。如图 5 所示,左下角为像素坐标原点,基本星表选用 SAO,在模拟星

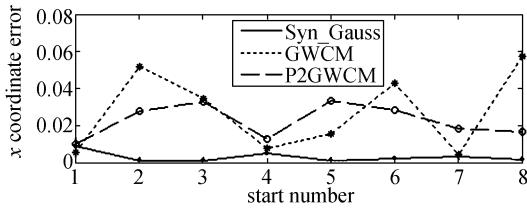
图中加入灰度高斯噪声  $N(0,1^2)$ ,对星图中各导航星分别运用各算法得到各星像点质心,质心坐标如表 1 所示。

表 1 星点坐标仿真结果

Tab. 1 Simulation results of star spot coordinates by different algorithms

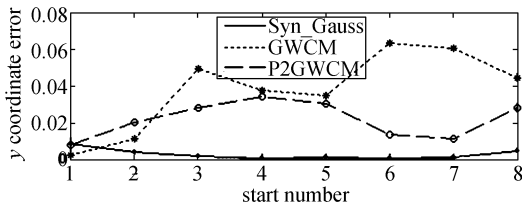
星号	赤经/( $^{\circ}$ )	赤纬/( $^{\circ}$ )	映射坐标		像素坐标		Gauss 质心法		灰度重心法		加权灰度重心法	
			$x_0$	$y_0$	$x_p$	$y_p$	$x_c$	$y_c$	$x_c$	$y_c$	$x_c$	$y_c$
84 240	242.908 2	23.494 8	149.957 4	176.026 6	150	176	149.948 7	176.034 6	149.962 7	176.024 9	149.967 2	176.018 9
84 155	240.574 0	22.704 4	259.386 5	139.892 9	253	140	259.387 3	139.889 1	259.334 9	139.904 1	259.358 8	139.912 7
84 152	240.361 0	29.851 0	268.658 2	500.408 3	268	500	268.659 0	500.409 6	268.692 5	500.359 2	268.691 2	500.380 6
84 098	239.397 0	26.877 9	312.926 0	348.298 6	313	348	312.921 2	348.298 5	312.933 6	348.261 2	312.938 5	348.264 7
84 070	238.644 3	20.311 0	352.225 1	12.642 3	352	13	352.225 9	12.642 9	352.209 6	12.676 8	352.192 0	12.672 6
84 037	237.816 3	20.977 9	391.356 1	47.516 2	391	48	391.358 1	47.516 5	391.313 5	47.579 6	391.327 7	47.529 4
84 019	237.398 6	26.068 3	405.103 5	308.502 7	405	309	405.106 5	308.503 6	405.099 3	308.563 5	405.085 1	308.513 9
83 958	235.685 7	26.295 5	483.559 7	322.624 3	484	323	483.558 1	322.619 9	483.616 9	322.668 8	483.576 3	322.652 2

上表中分别给出了视场内 8 颗导航星的质心提取结果。表 1 以图的形式表现如下,左列星号



(a)  $x$  坐标误差的比较

(a) Comparison of  $x$  coordinate error by three methods



(b)  $y$  坐标误差的比较

(b) Comparison of  $y$  coordinate error by three methods

图 6 各星像点质心坐标误差的比较

Fig. 6 Centroid error comparison of 8 star image spots

以图 6 中横轴坐标序号 1~8 代表。从图 6 中可以看出,高斯质心法提取的质心  $x_c$  的平均误差为 0.002 8 pixel,小于重心法(0.027 3 pixel)和加权重心法(0.022 4 pixel)的平均误差。高斯质心法提取的质心  $y_c$  的平均误差为 0.002 4 pixel,小于重心法(0.037 8 pixel)和加权重心法(0.021 5

pixel)的平均误差。而且,在处理 84 037(图中 No. 6)和 84 019(图中 No. 7)两颗星时,映射总坐标  $y_0$  分别为 47.512 和 308.502 7 pixel(位于边缘),采用灰度重心法得到的误差最大,分别为 0.063 4 pixel 和 0.060 8 pixel,对于坐标  $x_0$  为 483.559 7(位于边缘)的 83 958 号星(图中 No. 8),应用灰度重心法也产生了很大的误差值,为 0.057 2 pixel,这与图 4(b)中灰度重心法 GWCM 所示情形相符合。

## 5 结 论

高斯灰度扩散法严格准确地模拟了实际星像点灰度散焦的高斯特性,可以为星传感器算法的仿真提供有效的参考数据。

此外,提出了一种基于高斯规律的亚像素质心定位新算法,包括像素粗定位和偏差精定位的两个步骤。在偏差精定位中,从星像点的高斯灰度分布特性出发,分别建立了基于中心像素两侧对称像素的一种求解星像点质心的公式和基于两对称像素中大值者和中心像素的质心求解公式,并根据两公式各自的最优适应区间,组成了一个分段函数,以实现高精度的星像点细分定位。仿真结果表明,在星像点噪声为  $N(0,1.2^2)$  的条件下,在整个偏差区间  $[-0.5,0.5]$  pixel 内,基于高斯规律的质心定位算法其标准差为 0.007 pixel,远小于灰度重心法(0.041 pixel)和加权灰度重心

法(0.026 pixel)的标准差。而且,由图4所示,灰度重心法在像素边界测点还存在0.078 pixel的最大标准差,对模拟星图的处理也有较为一致的

结果。可见模拟星像点高斯灰度扩散法是合理准确的,高斯质心提取算法简单精确,精度高于传统灰度重心法。

## 参考文献:

- [1] 郝胜国,郝志航. 星敏感器星像模拟软件的研究[J]. 光学精密工程,2000,8(3):208-212.  
HAO SH G, HAO ZH H. Star image simulation software of star-tracker[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2000, 8(3): 208-212. (in Chinese)
- [2] 魏新国,张广军,江洁. 星敏感器中星图图像的星体细分定位方法研究[J]. 北京航空航天大学学报,2003,29(9):812-815.  
WEI X G, ZHANG G J, JIANG J. Subdivided locating method of star image for star sensor[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2003,29(9):812-815. (in Chinese)
- [3] CARL C L. Accuracy performance of star tracker-a tutorial[J]. *IEEE*, 2002,38(2):587-597.
- [4] 房建成,宁晓琳. 天文导航原理及应用[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2006:233-235.  
FANG J CH, NING X L. *Theory and Application of Celestial Navigation*[M]. Beijing: Beihang Uni-

versity Press, 2006: 233-235.

- [5] 谢伦治,卞洪林,王振华. 面真探测器的像点亚像素定位研究[J]. 光学与光电技术,2003,2(1):51-56.  
XIE L ZH, BIAN H L, WANG ZH H. Study of the subpixel interpolation of image spots with matrix detectors[J]. *Optical & Optoelectronic Technology*, 2003,2(1):51-56. (in Chinese)
- [6] 张辉,钟建勇,袁家虎,等. 电路噪声对星敏感器星点定位精度的影响[J]. 光学精密工程,2006,14(6):1052-1056.  
ZHANG H, ZHONG J Y, YUAN J H, *et al.*. Circuit noise effects on star sensor position accuracy[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(6): 1052-1056. (in Chinese)
- [7] 王一凡. 根据光能盘分布确定 CCD 内插求中心精度[J]. 控制工程,1993(6):11-13.  
WANG Y F. Centroid accuracy determination of CCD interpolated method by optical energy distribution[J]. *Control Engineering*, 1993(4):11-13. (in Chinese)

## 作者简介:



王海涌(1969—),男,河北唐山人,博士,讲师,2004年于北京航空航天大学获得工学博士学位,2006年于北京航空航天大学航空科学与工程学院博士后出站,主要从事光电检测、天文导航及组合导航等方面的研究。Email: why@buaa.edu.cn



费峥红(1983—),女,山东烟台人,硕士研究生,主要从事星敏感器和天文导航技术的研究。Email: feizhenghong@163.com



王新龙(1969—),男,陕西渭南人,博士,副教授,2002年于北京航空航天大学获得工学博士学位,主要从事飞行器复合导航制导技术的研究。Email: xl-won@163.com